

Lernauftrag 5: Kenngrößen berechnen

Aufgabe 1

Berechne die Periodendauer T der Wechselspannungen mit folgenden Frequenzen f :

1) $f = 50 \text{ Hz}$

2) $f = 60 \text{ Hz}$

3) $f = 16\frac{2}{3} \text{ Hz}$

$$1) T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = \frac{1}{50 \frac{1}{\text{s}}} = \frac{1}{50} \cdot \frac{\text{s}}{1} = \frac{1}{50} \text{ s} = 0,02 \text{ s} = 20 \text{ ms}$$

$$2) T_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{60 \text{ Hz}} = \frac{1}{60} \text{ s} = 0,01\bar{6} \text{ s} = 16,6 \text{ ms}$$

$$3) T_3 = \frac{1}{f_3} = \frac{1}{16\frac{2}{3} \text{ Hz}} = \frac{1}{16\frac{2}{3}} \text{ s} = \frac{1}{\frac{50}{3}} \text{ s} = \frac{3}{50} \text{ s} = 3 \cdot \frac{1}{50} \text{ s} = 3 \cdot T_1 = 60 \text{ ms}$$

Aufgabe 2

Berechne die Frequenzen f der Wechselspannungen mit folgenden Periodendauern T :

1) $T = 1 \text{ ms}$

2) $T = 1500 \text{ } \mu\text{s}$

3) $T = 300 \text{ } \mu\text{s}$

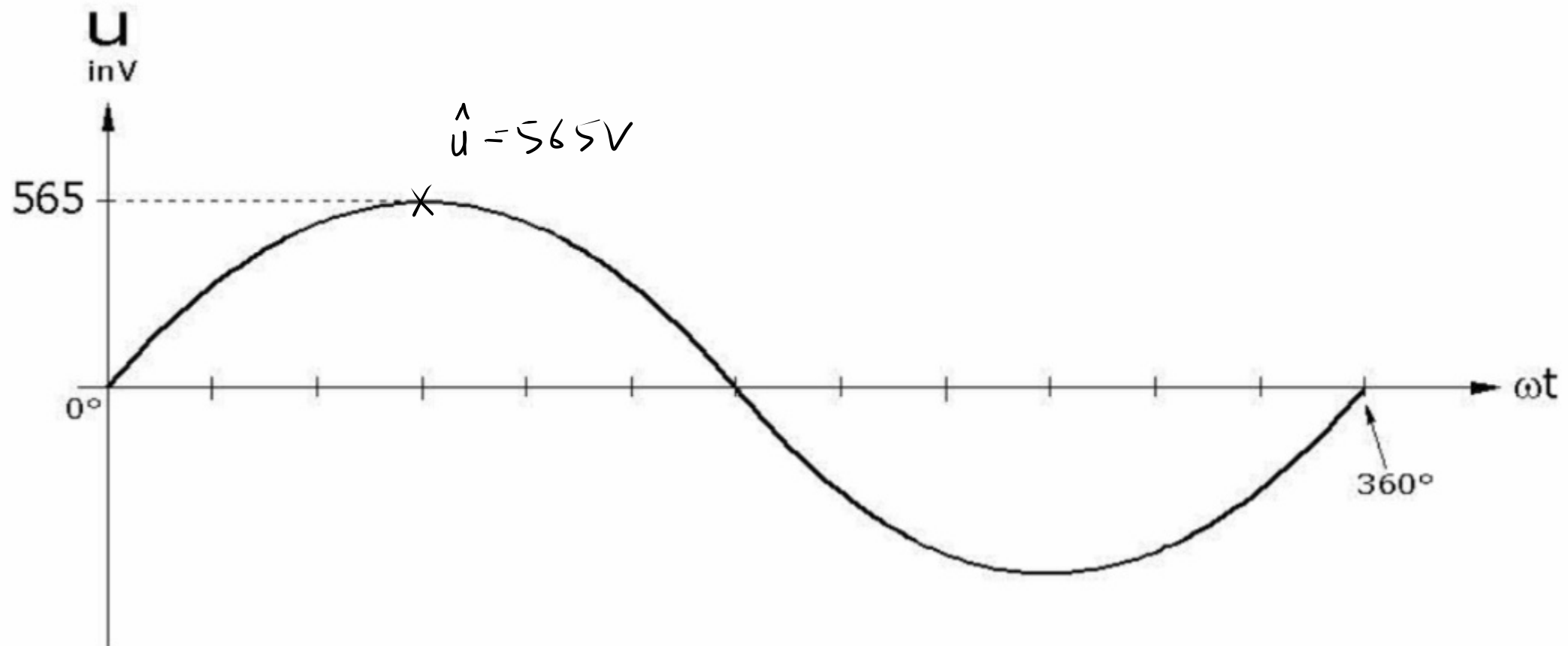
$$1) \quad f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1 \text{ ms}} = \frac{1}{1 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \frac{10^3}{1} \cdot \frac{1}{\text{s}} = 10^3 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

$$2) \quad f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{1500 \text{ } \mu\text{s}} = \frac{1}{1500 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = \frac{10^4}{1500} \text{ Hz} = \frac{10000}{15} \text{ Hz} = 666,6 \text{ Hz}$$

$$3) \quad f_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{300 \text{ } \mu\text{s}} = \frac{1}{300 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = \frac{10^4}{300} \text{ Hz} = \frac{10^4}{3} \text{ Hz} = 3333,3 \text{ Hz}$$

Aufgabe 3

Berechne zu der dargestellten Wechselspannung den Effektivwert und die Frequenz, wenn eine Schwingung 20 ms dauert.



ges: $\hat{u} = 565 \text{ V}, T = 20 \text{ ms}$

ges: u_{eff}, f

Lös: $u_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \frac{565 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 399,5 \text{ V} \approx 400 \text{ V}$
 $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \text{ ms}} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \frac{10^3}{20} \text{ Hz} = \frac{10^2}{2} \text{ Hz} = 50 \text{ Hz}$

Zusatzaufgabe

Die Periodendauer einer Sinusspannung beträgt $T = 1,92 \text{ ms}$. Zum Zeitpunkt $t_1 = 0 \text{ ms}$ beträgt die Spannung 0 V und zum Zeitpunkt $t_2 = 0,38 \text{ ms}$ beträgt die Spannung 60 V .

Berechne die Frequenz der Wechselspannung und den Augenblickswert zum Zeitpunkt $t = 0,29 \text{ ms}$.

allgemeine Form einer Wechselspannung:

$$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$
$$= \hat{u} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi)$$

$\varphi \hat{=}$ Phasenverschiebung
 $\omega = \text{Kreisfrequenz}$
 $\omega = 2\pi \cdot f$

Wir kennen zwei Momentanwerte

$$u(t = 0 \text{ ms}) = 0 \text{ V}$$

$$u(t = 380 \mu\text{s}) = 60 \text{ V}$$

und die Periodendauer

$$T = 1,92 \text{ ms}$$

ges: $\hat{u}, f, \varphi$

Berechnen wir zuerst f

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,92 \text{ ms}} = \frac{1}{1,92 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = \frac{10^3}{1,92} \text{ Hz} = 520,8\bar{3} \text{ Hz}$$

Mit den Momentanwerten können wir nun zwei Gleichungen aufstellen

$$(I) \quad 0 \text{ V} = \hat{u} \cdot \sin(2\pi \cdot 520,8\bar{3} \text{ Hz} \cdot 0 \text{ ms} + \varphi)$$

$$(II) \quad 60 \text{ V} = \hat{u} \cdot \sin(2\pi \cdot 520,8\bar{3} \text{ Hz} \cdot 380 \mu\text{s} + \varphi)$$

Betrachten wir zuerst Gleichung I

$$2\pi \cdot 520,8\bar{3} \text{ Hz} \cdot 0 \text{ ms} = 0$$

und somit wird Gleichung I zu

$$0 \text{ V} = \hat{u} \cdot \sin(\varphi)$$

$$0V = \hat{u} \cdot \sin(\varphi)$$

Diese Gleichung gilt, wenn einer der Faktoren 0 ist, also

$$\hat{u} = 0 \quad \text{oder} \quad \sin(\varphi) = 0$$

$\hat{u} = 0$ können wir ausschließen, da die Gleichung π sonst auch 0 wäre. Bleibt also $\sin(\varphi) = 0$

$\Rightarrow$ gesucht ist der Winkel φ , so dass der Sinus davon Null ist

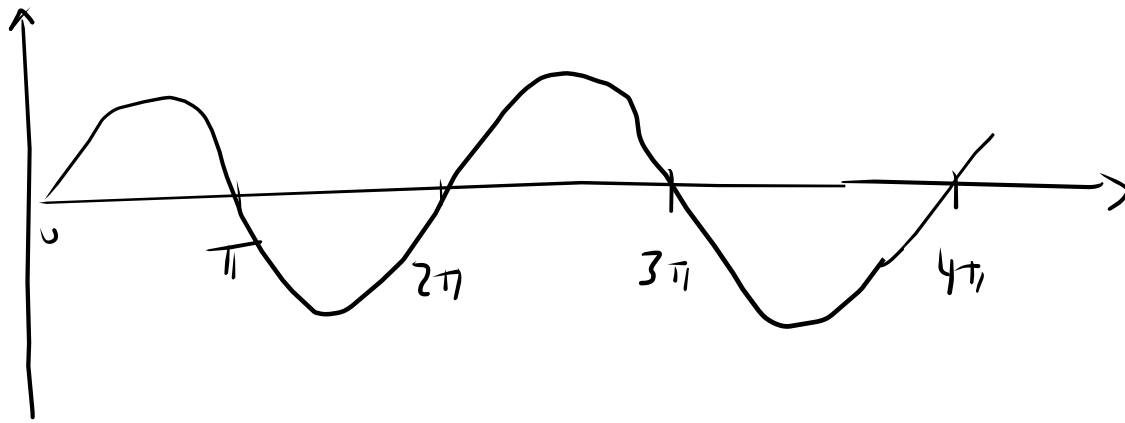
$$\sin(\varphi) = 0$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \sin^{-1}(0)$$

$$\varphi = 0 + k \cdot \pi \quad \text{mit } k = 1, 2, 3, \dots$$

φ kann jedes Vielfache von π sein, denn die Sinus -

kurve läuft alle π durch 0.



Beschränken wir uns auf eine Periode, also maximal 2π , da der Verlauf sich danach wiederholt.
Somit kann φ nur noch zwei Werte haben:

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \pi$$

Bei 2π ist derselbe Wert erreicht wie bei φ_1 .

Nutzen wir die zwei gefundenen Phasenverschiebungen für
Gleichung 1

$$(1) \quad 60V = \hat{u}_1 \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83\text{Hz} \cdot 380\mu s + 0)$$

$$(2) \quad 60V = \hat{u}_2 \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83\text{Hz} \cdot 380\mu s + \pi)$$

Stellen wir (1) auf $\hat{u}$ um und rechnen aus

$$60V = \hat{u}_1 \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83\text{Hz} \cdot 380\mu s + 0) \quad | : \sin()$$

$$\hat{u}_1 = \frac{60V}{\sin(2\pi \cdot 520,83\text{Hz} \cdot 380\mu s + 0)}$$

$$= 63,4V$$

Vollführen wir dasselbe mit der 2. Gleichung

$$60 \text{ V} = \hat{u}_2 \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83 \text{ Hz} \cdot 380 \mu\text{s} + \pi)$$

$$\begin{aligned}\hat{u}_2 &= \frac{60 \text{ V}}{\sin(2\pi \cdot 520,83 \text{ Hz} \cdot 380 \mu\text{s} + \pi)} \\ &= -63,4 \text{ V}\end{aligned}$$

$\hat{u}_2$ können wir verwerfen, da der Spitzenwert eine positive Zahl ist. Wir erhalten als Gleichung der Sinusschwingung

$$u(t) = 63,4 \text{ V} \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83 \text{ Hz} \cdot t)$$

$$u(t) = 63,4 \text{ V} \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83 \text{ Hz} \cdot t)$$

Nutzen wir diese nun um den Momentanwert bei $t = 0,79 \mu\text{s}$ zu finden

$$\begin{aligned} u(290 \mu\text{s}) &= 63,4 \text{ V} \cdot \sin(2\pi \cdot 520,83 \text{ Hz} \cdot 290 \mu\text{s}) \\ &= 63,4 \text{ V} \cdot \sin\left(2\pi \cdot 520,83 \frac{1}{\text{s}} \cdot 290 \cdot 10^{-6} \text{s}\right) \\ &= 51,5 \text{ V} \end{aligned}$$